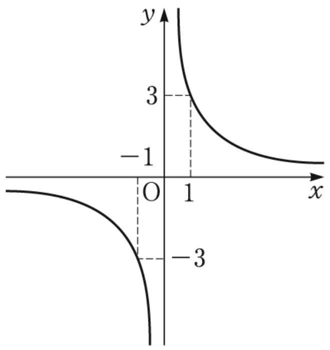
数学Ⅲ休校中の課題解答①（３章１節）

① ﾉｰﾄに問題を解いた後，丸付けをしてください。
② 解説を読んで考え方を確認し、間違えた原因や分からないこと，ﾎﾟｲﾝﾄ等をメモし，授業が始まったときに活かせるようにしましょう。
☆登校日５／１１(月)にﾉｰﾄとｽﾀﾃﾞｨを提出してください。

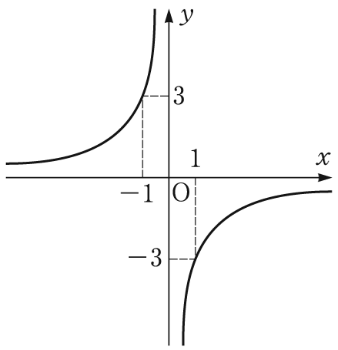
教 p. 60

【問 1】《解答》

(1)



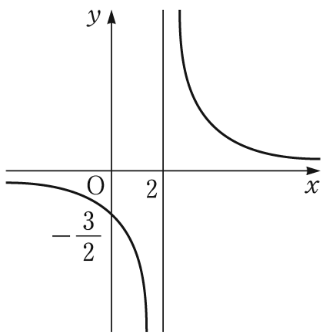
(2)



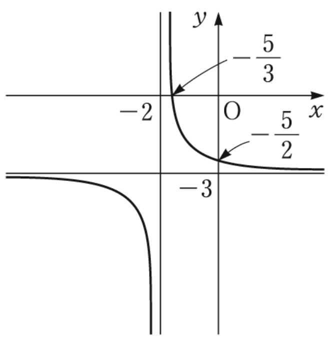
教 p. 61

【問 2】《解答》

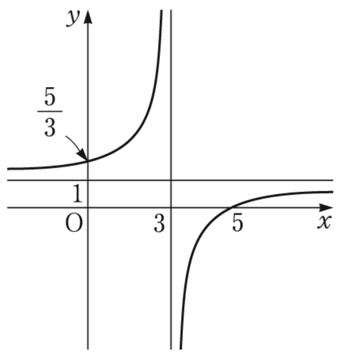
(1) このグラフは，$y=\frac{3}{x}$ のグラフを
x 軸方向に 2
だけ平行移動したもので，右の図のようになる。漸近線は，
2 直線 $x=2$ ，$y=0$ である。



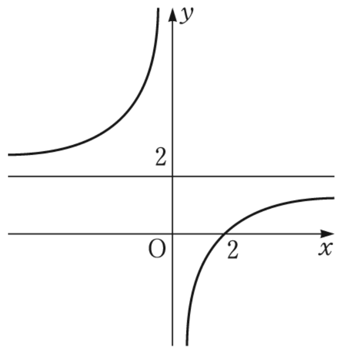
(2) このグラフは，$y=\frac{1}{x}$ のグラフを
x 軸方向に -2 ，y 軸方向に -3
だけ平行移動したもので，右の図のようになる。漸近線は，2 直線 $x=-2$ ，
$y=-3$ である。



(3) このグラフは，$y=-\frac{2}{x}$ のグラフを
x 軸方向に 3 ，y 軸方向に 1
だけ平行移動したもので，右の図のようになる。漸近線は，2 直線 $x=3$ ，$y=1$ である。



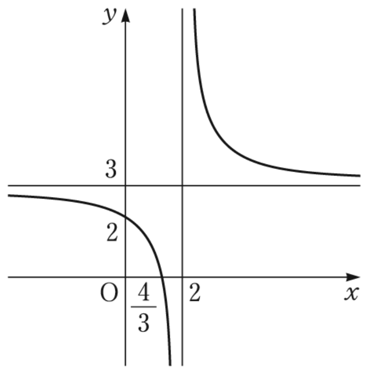
(4) このグラフは，$y=-\frac{4}{x}$ のグラフを
y 軸方向に 2
だけ平行移動したもので，右の図のようになる。漸近線は，2 直線 $x=0$ ，$y=2$ である。



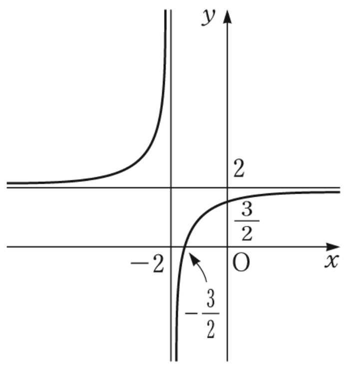
教 p. 62

【問 3】解答》

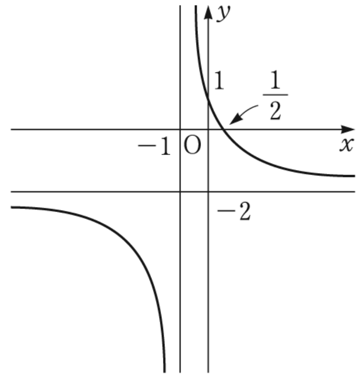
(1) $\frac{3x-4}{x-2}=\frac{3(x-2)+2}{x-2}=\frac{2}{x-2}+3$ であるから，$y=\frac{2}{x-2}+3$ と変形できる。
よって，このグラフは，
$y=\frac{2}{x}$ のグラフをx 軸方向に 2 ，y 軸方向に 3
だけ平行移動した曲線で，右の図のようになる。漸近線は，
2 直線 $x=2$ ，$y=3$ である。



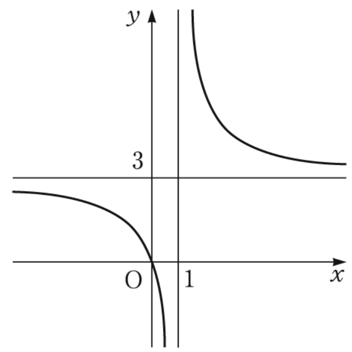
(2) $\frac{2x+3}{x+2}=\frac{2(x+2)-1}{x+2}=-\frac{1}{x+2}+2$ であるから，$y=-\frac{1}{x+2}+2$ と変形できる。
よって，このグラフは，$y=-\frac{1}{x}$
のグラフをx 軸方向に -2 ，
y 軸方向に 2だけ平行移動した曲線で，右の図のようになる。漸近線は，
2 直線 $x=-2$ ，$y=2$ である。



(3) $\frac{-2x+1}{x+1}=\frac{-2(x+1)+3}{x+1}=\frac{3}{x+1}-2$
であるから，$y=\frac{3}{x+1}-2$ と変形できる。
よって，このグラフは，$y=\frac{3}{x}$
のグラフをx 軸方向に -1 ，
y 軸方向に -2
だけ平行移動した曲線で，右の図のようになる。漸近線は，
2 直線 $x=-1$ ，$y=-2$ である。



(4) $\frac{3x}{x-1}=\frac{3(x-1)+3}{x-1}=\frac{3}{x-1}+3$ であるから，$y=\frac{3}{x-1}+3$ と変形できる。
よって，このグラフは，$y=\frac{3}{x}$
のグラフをx 軸方向に 1 ，
y 軸方向に 3
だけ平行移動した曲線で，右の図のようになる。漸近線は，2 直線 $x=1$ ，$y=3$ である。

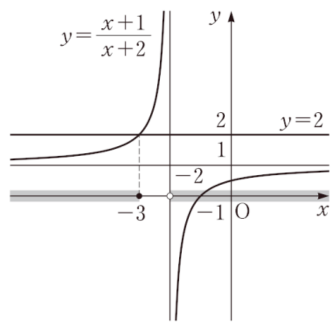


教 p. 63

【問 4】《解答》

(1) 共有点の x 座標は，方程式 $\frac{x+1}{x+2}=2$ の解である。
両辺に $x+2$ を掛けると
$x+1=2(x+2)$
これを解くと　$x=-3$
よって，共有点の座標は　$(-3,\ 2)$

(2) 2 つの関数のグラフは，右の図のようになる。
不等式の解は，関数 $y=\frac{x+1}{x+2}$ のグラフが直線 $y=2$ と交わるか，それより下にあるような
x の値の範囲であるから
$x \leqq -3$ ，$-2<x$



数学Ⅲ休校中の課題解答②（３章１節）

【問 5】《解答》

⑴ 共有点の x 座標は，方程式 $\frac{3x+2}{x}=x+4$ の解である。

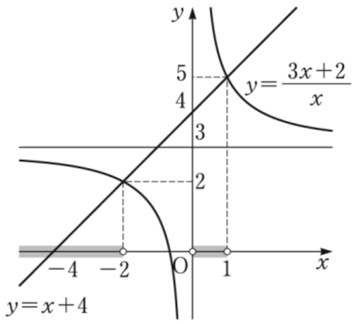
両辺に x を掛けると

$3x+2=x(x+4)$

これを解くと　$x=1$，-2

よって，共有点の座標は　(1，5)，(−2，2)

⑵ 2 つの関数のグラフは，右の図のようになる。



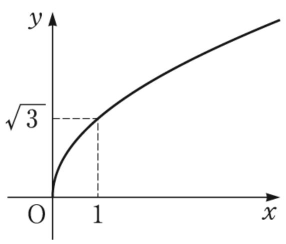
不等式の解は，関数 $y=\frac{3x+2}{x}$ のグラフが直線 $y=x+4$ より上にあるような x の値の範囲であるから

$x<-2$，$0<x<1$

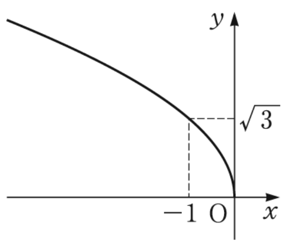
教 p. 65

【問 6】《解答》

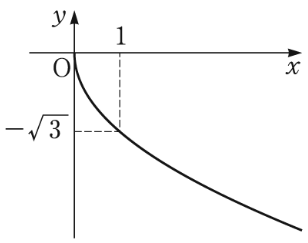
⑴



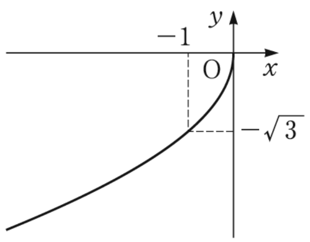
⑵



⑶



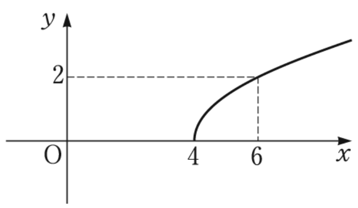
⑷



教 p. 66

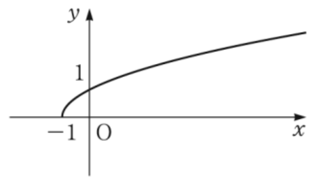
【問 7】《解答》

⑴ $\sqrt{2x-8}=\sqrt{2(x-4)}$ と変形できるから，グラフは，$y=\sqrt{2x}$ のグラフを x 軸方向に 4だけ平行移動したもので，右の図のようになる。



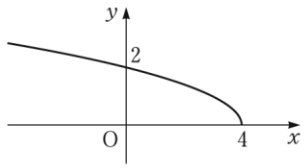
定義域は $x\geqq 4$，値域は $y\geqq 0$ である。

⑵ $\sqrt{x+1}=\sqrt{x-(-1)}$ と変形できるから，グラフは，$y=\sqrt{x}$ のグラフを x 軸方向に −1だけ平行移動したもので，右の図のようになる。



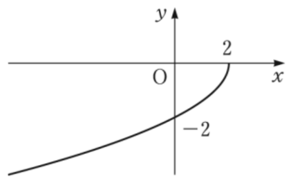
定義域は $x\geqq -1$，値域は $y\geqq 0$ である。

⑶ $\sqrt{-x+4}=\sqrt{-(x-4)}$ と変形できるから，グラフは，$y=\sqrt{-x}$ のグラフを x 軸方向に 4だけ平行移動したもので，右の図のようになる。



定義域は $x\leqq 4$，値域は $y\geqq 0$ である。

⑷ $-\sqrt{-2x+4}=-\sqrt{-2(x-2)}$ と変形できるから，グラフは，$y=-\sqrt{-2x}$ のグラフを x 軸方向に 2だけ平行移動したもので，右の図のようになる。



定義域は $x\leqq 2$，値域は $y\leqq 0$ である。

教 p. 67

【問 8】《解答》

⑴ 共有点の x 座標は，方程式

$\sqrt{x+4}=-x+2$　……①

の解である。

①の両辺を 2 乗して整理すると

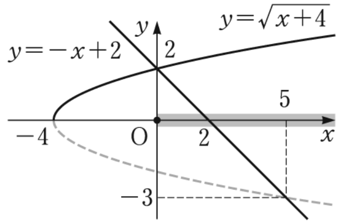
$x^2-5x=0$

これを解くと　$x=0$，5

このうち，①を満たすのは　$x=0$

よって，共有点の座標は　(0，2)

⑵ 2 つの関数のグラフは，右の図のようになる。



不等式の解は，関数 $y=\sqrt{x+4}$ のグラフが直線 $y=-x+2$ と交わるか，それより上にあるような x の値の範囲であるから

$x\geqq 0$

【問 9】《解答》

⑴ 共有点の x 座標は，方程式

$\sqrt{5-x}=x+1$　……①　　の解である。

①の両辺を 2 乗して整理すると

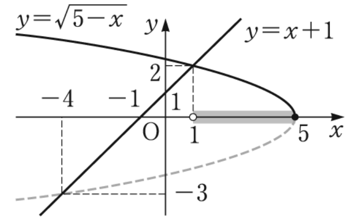
$x^2+3x-4=0$

これを解くと　$x=1$，-4

このうち，①を満たすのは　$x=1$

よって，共有点の座標は　(1，2)

⑵ 2 つの関数のグラフは，右の図のようになる。



不等式の解は，関数 $y=\sqrt{5-x}$ のグラフが直線 $y=x+1$ より下にあるような x の値の範囲であるから　$1<x\leqq 5$

教 p. 68

【問 10】《解答》

⑴ $y=-2x+3$ を x について解くと　$x=-\frac{1}{2}y+\frac{3}{2}$

よって，求める逆関数は，x と y を入れかえて

$y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

⑵ $y=\frac{1}{2}x+5$ を x について解くと　$x=2y-10$

よって，求める逆関数は，x と y を入れかえて

$y=2x-10$

教 p. 69

【問 11】《解答》

⑴ この関数の値域は　$-6\leqq y\leqq 2$

$y=2x-2$ を x について解くと　$x=\frac{1}{2}y+1$

よって，求める逆関数は，x と y を入れかえて

$y=\frac{1}{2}x+1$　$(-6\leqq x\leqq 2)$

⑵ この関数の値域は　$-1\leqq y\leqq 5$

$y=-3x+2$ を x について解くと　$x=-\frac{1}{3}y+\frac{2}{3}$

よって，求める逆関数は，x と y を入れかえて

$y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$　$(-1\leqq x\leqq 5)$

数学Ⅲ休校中の課題解答③（３章１節～2 節）

【問 12】《解答》

(1)　$y=\frac{3x-2}{x}=-\frac{2}{x}+3$ であるから，この関数の値域は　$y\neq 3$

$yx=3x-2$ より　$(y-3)x=-2$

$y\neq 3$ であるから　$x=-\frac{2}{y-3}$

よって，求める逆関数は，x と y を入れかえて　$y=-\frac{2}{x-3}$

(2)　$y=\frac{2x+3}{x-1}=\frac{5}{x-1}+2$ であるから，この関数の値域は　$y\neq 2$

$y(x-1)=2x+3$ より　$(y-2)x=y+3$

$y\neq 2$ であるから　$x=\frac{y+3}{y-2}$

よって，求める逆関数は，x と y を入れかえて　$y=\frac{x+3}{x-2}$

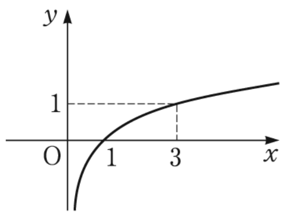
教 p. 70

【問 13】《解答》

(1)　$y=3^x$ より　$x=\log_3 y$

よって，逆関数は $y=\log_3 x$

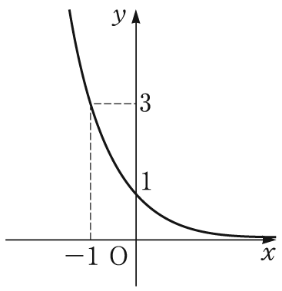
グラフは，右の図のようになる。



(2)　$y=\log_{\frac{1}{3}}x$ より　$x=\left(\frac{1}{3}\right)^y$

よって，逆関数は　$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$

グラフは，右の図のようになる。



教 p. 71

【問 14】《解答》

(1)　$(g\circ f)(x)=g\big(f(x)\big)=g(2x-1)=(2x-1)^2+(2x-1)$

$=4x^2-2x$

(2)　$(f\circ g)(x)=f\big(g(x)\big)=f(x^2+x)=2(x^2+x)-1$

$=2x^2+2x-1$

(3)　$(f\circ f)(x)=f(f(x))=f(2x-1)=2(2x-1)-1=4x-3$

教 p. 73

【問 1】《解答》

(1)　$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2n-1}=0$

よって，極限値は 0

(2)　$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}=0$

よって，極限値は 0

教 p. 74

【問 2】《解答》

(1)　$\lim_{n\to\infty}n^3=\infty$

(2)　$\lim_{n\to\infty}(100-n)=-\infty$

教 p. 75

【問 3】《解答》

(1)　$\lim_{n\to\infty}\frac{n-2}{5}=\infty$

よって，極限は ∞

(2)　$\lim_{n\to\infty}\left(2-\frac{1}{n}\right)=2$

よって，極限は 2

(3)　振動する。すなわち，極限はない。

(4)　$\lim_{n\to\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}=0$

よって，極限は 0

教 p. 76

【問 4】《解答》

(1)　$\lim_{n\to\infty}(3a_n-b_n)=3\lim_{n\to\infty}a_n-\lim_{n\to\infty}b_n=3\cdot 2-(-1)=7$

(2)　$\lim_{n\to\infty}a_nb_n=\lim_{n\to\infty}a_n\cdot\lim_{n\to\infty}b_n=2\cdot(-1)=-2$

(3)　$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+3}{2b_n-3}=\frac{\lim_{n\to\infty}(a_n+3)}{\lim_{n\to\infty}(2b_n-3)}=\frac{2+3}{2\cdot(-1)-3}=-1$

(4)　$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+b_n}{a_n-b_n}=\frac{\lim_{n\to\infty}(a_n+b_n)}{\lim_{n\to\infty}(a_n-b_n)}=\frac{2+(-1)}{2-(-1)}=\frac{1}{3}$

教 p. 77

【問 5】《解答》

(1)　$\lim_{n\to\infty}\frac{5n-4}{3n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{5-\frac{4}{n}}{3+\frac{1}{n}}=\frac{5}{3}$

(2)　$\lim_{n\to\infty}\frac{1-2n}{4n^2-3}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n^2}-\frac{2}{n}}{4-\frac{3}{n^2}}=\frac{0}{4}=0$

(3)　$\lim_{n\to\infty}\frac{n^2+n}{3n^2-n+2}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{n}}{3-\frac{1}{n}+\frac{2}{n^2}}=\frac{1}{3}$

(4)　$\lim_{n\to\infty}\frac{1+n+n^2}{3-n+2n^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n}+1}{\frac{3}{n^2}-\frac{1}{n}+2}=\frac{1}{2}$

(5)　$\lim_{n\to\infty}\frac{n^2-1}{3n+2}=\lim_{n\to\infty}\frac{n-\frac{1}{n}}{3+\frac{2}{n}}=\infty$

(6)　$\lim_{n\to\infty}\frac{n^2-2n}{1-2n}=\lim_{n\to\infty}\frac{n-2}{\frac{1}{n}-2}=-\infty$

教 p. 78

【問 6】《解答》

(1)　$\lim_{n\to\infty}(3n^2-n)=\lim_{n\to\infty}n^2\left(3-\frac{1}{n}\right)=\infty$

(2)　$\lim_{n\to\infty}(5n^2-n^3)=\lim_{n\to\infty}n^3\left(\frac{5}{n}-1\right)=-\infty$

【問 7】《解答》

(1)　$\sqrt{n+2}-\sqrt{n}=\frac{(\sqrt{n+2}-\sqrt{n})(\sqrt{n+2}+\sqrt{n})}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}=\frac{(n+2)-n}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}=\frac{2}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}$

よって　$\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n+2}-\sqrt{n})=\lim_{n\to\infty}\frac{2}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}=0$

(2)　$\sqrt{n^2-3n}-n=\frac{(\sqrt{n^2-3n}-n)(\sqrt{n^2-3n}+n)}{\sqrt{n^2-3n}+n}$

$=\frac{(n^2-3n)-n^2}{\sqrt{n^2-3n}+n}=\frac{-3n}{\sqrt{n^2-3n}+n}$

$=\frac{-3}{\sqrt{1-\frac{3}{n}}+1}$

よって　$\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2-3n}-n)=\lim_{n\to\infty}\frac{-3}{\sqrt{1-\frac{3}{n}}+1}=-\frac{3}{2}$

数学Ⅲ休校中の課題解答④（3章2節）

教 p. 79

【問 8】《解答》

(1) $-1 \leqq \cos n\theta \leqq 1$ より $-\frac{1}{n} \leqq \frac{1}{n}\cos n\theta \leqq \frac{1}{n}$

$\lim_{n\to\infty}\left(-\frac{1}{n}\right)=0$ ， $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$ であるから $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\cos n\theta=0$

(2) $-1 \leqq \sin\frac{n\pi}{2} \leqq 1$ より $-\frac{1}{n} \leqq \frac{1}{n}\sin\frac{n\pi}{2} \leqq \frac{1}{n}$

$\lim_{n\to\infty}\left(-\frac{1}{n}\right)=0$ ， $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$ であるから $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sin\frac{n\pi}{2}=0$

教 p. 81

【問 9】《解答》

(1) $\lim_{n\to\infty}(0.5)^n=0$ すなわち，極限は 0

(2) 振動する。すなわち，極限はない。

(3) $\lim_{n\to\infty}\frac{(\sqrt{5})^n}{2^n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^n=\infty$

すなわち，極限は ∞

(4) $\lim_{n\to\infty}\frac{(-\sqrt{2})^n}{3^n}=\lim_{n\to\infty}\left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^n=0$

すなわち，極限は 0

【問 10】《解答》

(1) $\lim_{n\to\infty}\frac{3^n-4^n}{3^n+4^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n-1}{\left(\frac{3}{4}\right)^n+1}=-1$

(2) $\lim_{n\to\infty}\frac{3^n}{2^n-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^n}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}=\infty$

(3) $\lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}}{3^n+2^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n}{1+\left(\frac{2}{3}\right)^n}=0$

【問 11】《解答》

公比は $2x$ であるから， $-1<2x\leqq 1$ より $-\frac{1}{2}<x\leqq\frac{1}{2}$

教 p. 83

【問 12】《解答》

第 n 項までの部分和を S_n とすると

$$S_n=\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\cdots\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\cdots\cdots+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\cdots\cdots+\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)$$

よって $\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{1}{2}$

したがって，この無限級数は収束し，その和は $\frac{1}{2}$ である。

教 p. 84

【問 13】《解答》

(1) 初項 4 ，公比 $r=\frac{1}{2}$ で， $|r|<1$ であるから，収束する。

その和は $\frac{4}{1-\frac{1}{2}}=8$

(2) 初項 1 ，公比 $r=-\frac{3}{2}$ で， $|r|>1$ であるから，発散する。

(3) 初項 3 ，公比 $r=\frac{2}{\sqrt{3}}$ で， $|r|>1$ であるから，発散する。

(4) 初項 4 ，公比 $r=-\frac{1}{\sqrt{2}}$ で， $|r|<1$ であるから，収束する。

その和は $\frac{4}{1-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}=\frac{4\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=8-4\sqrt{2}$

教 p. 85

【問 14】《解答》

正方形 F_n の周の長さを L_n とすると

$$L_1=4a，L_2=\frac{1}{\sqrt{2}}L_1=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 4a，L_3=\frac{1}{\sqrt{2}}L_2=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\cdot 4a，$$

$$\cdots\cdots，L_n=\frac{1}{\sqrt{2}}L_{n-1}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n-1}\cdot 4a，\cdots\cdots$$

したがって，正方形の周の長さの和 L は

$$L=4a+\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 4a+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\cdot 4a+\cdots\cdots+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n-1}\cdot 4a+\cdots\cdots$$

これは，初項 $4a$ ，公比 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ の無限等比級数であるから，収束し，

その和は $L=\frac{4a}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}=4\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)a$

教 p. 86

【問 15】《解答》

(1) $0.\dot{3}\dot{9}=0.39+0.0039+0.000039+\cdots\cdots$

右辺は，初項 0.39 ，公比 0.01 の無限等比級数であるから，収束する。

よって $0.\dot{3}\dot{9}=\frac{0.39}{1-0.01}=\frac{39}{99}=\frac{13}{33}$

(2) $0.\dot{3}0\dot{6}=0.306+0.000306+0.000000306+\cdots\cdots$

右辺は，初項 0.306 ，公比 0.001 の無限等比級数であるから，収束する。

よって $0.\dot{3}0\dot{6}=\frac{0.306}{1-0.001}=\frac{306}{999}=\frac{34}{111}$

(3) $3.\dot{1}\dot{5}=3+0.15+0.0015+0.000015+\cdots\cdots$

右辺の第 2 項以降は，初項 0.15 ，公比 0.01 の無限等比級数であるから，収束する。

よって $3.\dot{1}\dot{5}=3+\frac{0.15}{1-0.01}=3+\frac{5}{33}=\frac{104}{33}$

教 p. 87

【問 16】《解答》

(1) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{2^n}+\frac{2^n}{3^n}\right)=\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{3}{2^n}+\left(\frac{2}{3}\right)^n\right\}$ と変形できる。

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{2^n}$ は，初項 $\frac{3}{2}$ ，公比 $\frac{1}{2}$ の無限等比級数であり，

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n$ は，初項 $\frac{2}{3}$ ，公比 $\frac{2}{3}$ の無限等比級数であるから， 2 つの無限等比級数は収束する。

よって，与えられた無限級数も収束し，その和は

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{2^n}+\frac{2^n}{3^n}\right)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{2^n}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n=\frac{\frac{3}{2}}{1-\frac{1}{2}}+\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}}=3+2=5$$

数学Ⅲ休校中の課題解答⑤（３章２節）

⑵ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n-2^n}{4^n}=\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\left(\frac{3}{4}\right)^n-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}$ と変形できる。

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{4}\right)^n$ は，初項 $\frac{3}{4}$ ，公比 $\frac{3}{4}$ の無限等比級数であり，

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ は，初項 $\frac{1}{2}$ ，公比 $\frac{1}{2}$ の無限等比級数であるから， 2 つの無限等比級数は収束する。

よって，与えられた無限級数も収束し，その和は

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n-2^n}{4^n}=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{4}\right)^n-\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}-\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}=3-1=2$$