≪３年理系　(数学Ⅲ)＋(数学一般Ⅲ)選択者≫

休校中課題の解答・解説です。
自分が解いた問題を赤ペンで○×を付けてください。
間違えた問題は再度解き直しをしてください。
５月 11 日（月）登校日に提出です。頑張ってください。

教 p. 4

【問 1】

《解答》

(1)　$\boldsymbol{a=-2}$ ，　$\boldsymbol{b=-3}$

(2)　$2a=4$ ，　$b-5=-6$

　よって　$\boldsymbol{a=2}$ ，　$\boldsymbol{b=-1}$

教 p. 5

【問 2】

《解答》

(1)　$(1+2i)+(3-i)=\boldsymbol{4+i}$

(2)　$(4+6i)+(-3+2i)=\boldsymbol{1+8i}$

(3)　$(2-2i)-(-3-4i)=\boldsymbol{5+2i}$

(4)　$(1+2i)(3-i)=3-i+6i-2i^2=\boldsymbol{5+5i}$

(5)　$(2+3i)(2-3i)=4-(3i)^2=\boldsymbol{13}$

(6)　$(-1+2i)(3+5i)=-3-5i+6i+10i^2=\boldsymbol{-13+i}$

【問 3】

《解答》

(1)　$\frac{1-2i}{3+i}=\frac{(1-2i)(3-i)}{(3+i)(3-i)}=\frac{3-7i+2i^2}{9-i^2}=\frac{1-7i}{10}=\boldsymbol{\frac{1}{10}-\frac{7}{10}i}$

(2)　$\frac{3+2i}{2-i}=\frac{(3+2i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\frac{6+7i+2i^2}{4-i^2}=\frac{4+7i}{5}=\boldsymbol{\frac{4}{5}+\frac{7}{5}i}$

(3)　$\frac{5-i}{2-3i}=\frac{(5-i)(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)}=\frac{10+13i-3i^2}{4-9i^2}=\frac{13+13i}{13}=\boldsymbol{1+i}$

【問 4】

《解答》

$\boxed{1}$　$\overline{\alpha+\beta}=\overline{a+bi+c+di}=\overline{(a+c)+(b+d)i}$

$\quad=(a+c)-(b+d)i$

$\overline{\alpha}+\overline{\beta}=\overline{a+bi}+\overline{c+di}=a-bi+c-di$

$\quad=(a+c)-(b+d)i$

よって　$\overline{\alpha+\beta}=\overline{\alpha}+\overline{\beta}$

$\boxed{2}$　$\overline{\alpha-\beta}=\overline{a+bi-(c+di)}=\overline{(a-c)+(b-d)i}$

$\quad=(a-c)-(b-d)i$

$\overline{\alpha}-\overline{\beta}=\overline{a+bi}-\overline{c+di}=a-bi-(c-di)$

$\quad=(a-c)-(b-d)i$

よって　$\overline{\alpha-\beta}=\overline{\alpha}-\overline{\beta}$

$\boxed{3}$　$\overline{\alpha\beta}=\overline{(a+bi)(c+di)}=\overline{(ac-bd)+(ad+bc)i}$

$\quad=(ac-bd)-(ad+bc)i$

$\overline{\alpha}\,\overline{\beta}=\overline{(a+bi)}\,\overline{(c+di)}=(a-bi)(c-di)$

$\quad=(ac-bd)-(ad+bc)i$

よって　$\overline{\alpha\beta}=\overline{\alpha}\,\overline{\beta}$

$\boxed{4}$　$\overline{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)}=\overline{\left(\frac{a+bi}{c+di}\right)}=\overline{\left\{\frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}\right\}}$

$\quad=\overline{\left\{\frac{ac+bd-(ad-bc)i}{c^2+d^2}\right\}}=\overline{\left(\frac{ac+bd}{c^2+d^2}-\frac{ad-bc}{c^2+d^2}i\right)}$

$\quad=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{ad-bc}{c^2+d^2}i$

$\frac{\overline{\alpha}}{\overline{\beta}}=\frac{\overline{a+bi}}{\overline{c+di}}=\frac{a-bi}{c-di}=\frac{(a-bi)(c+di)}{(c-di)(c+di)}$

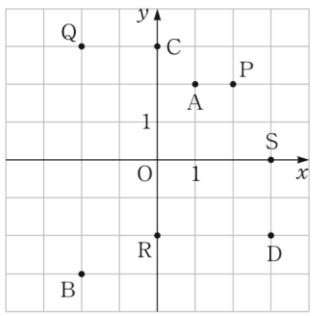
$\quad=\frac{ac+bd+(ad-bc)i}{c^2+d^2}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{ad-bc}{c^2+d^2}i$

よって　$\overline{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)}=\frac{\overline{\alpha}}{\overline{\beta}}$

教 p. 6

【問 5】

《解答》



教 p. 7

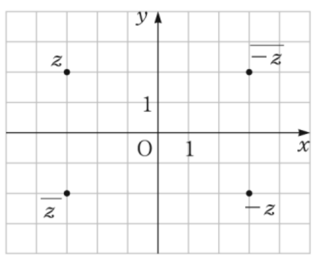
【問 6】

《解答》

A$(3+3i)$ ，　B$(-2+i)$ ，　C$(-3-3i)$ ，　D$(1-2i)$ ，　E(2) ，　F$(2i)$

【問 7】

《解答》

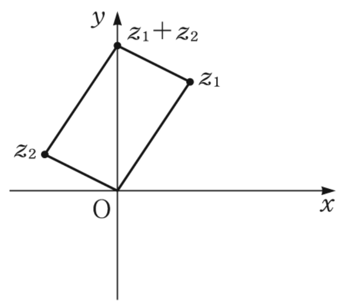


教 p. 8

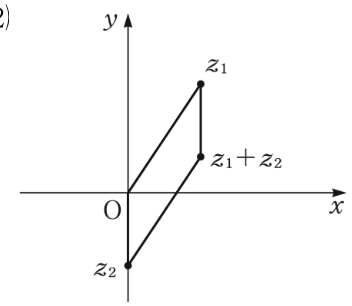
【問 8】

《解答》

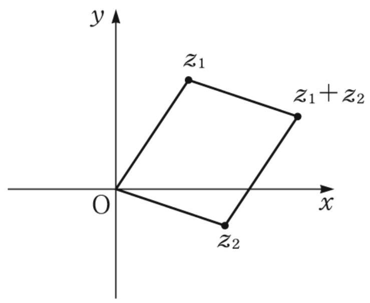
(1)



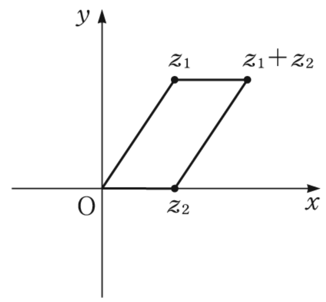
(2)



(3)



(4)

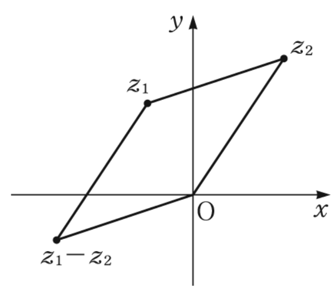


教 p. 9

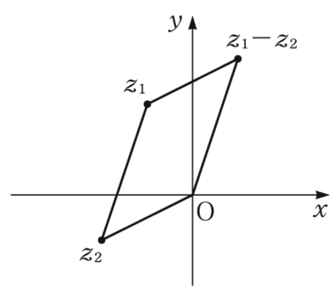
【問 9】

《解答》

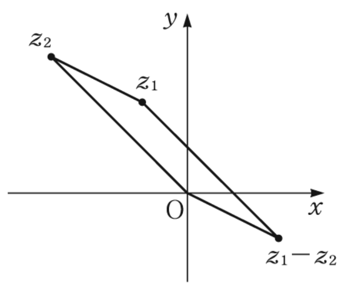
(1)



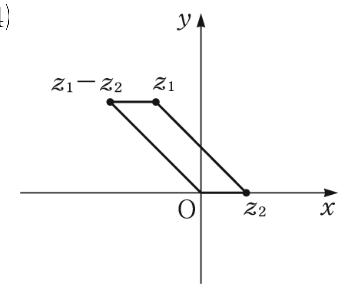
(2)



(3)



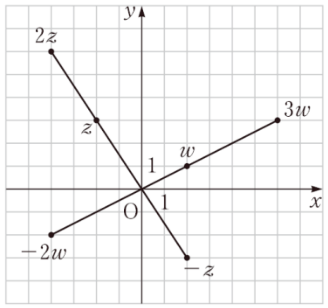
(4)



教 p. 10

【問 10】

《解答》



教 p. 12

【問 11】

《解答》

(1) 絶対値は $\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$

偏角 θ は，$0° \leqq \theta < 360°$ の範囲で考えると，$\theta = 30°$ であるから，極形式は

$\sqrt{3}+i=\mathbf{2(\cos 30°+i\sin 30°)}$

(2) 絶対値は $\sqrt{(-1)^2+(\sqrt{3})^2}=2$

偏角 θ は，$0° \leqq \theta < 360°$ の範囲で考えると，$\theta = 120°$ であるから，極形式は

$-1+\sqrt{3}i=\mathbf{2(\cos 120°+i\sin 120°)}$

(3) 絶対値は $\sqrt{1^2}=1$

偏角 θ は，$0° \leqq \theta < 360°$ の範囲で考えると，$\theta = 90°$ であるから，極形式は

$i=\mathbf{\cos 90°+i\sin 90°}$

(4) 絶対値は $\sqrt{(-2)^2}=2$

偏角 θ は，$0° \leqq \theta < 360°$ の範囲で考えると，$\theta = 180°$ であるから，極形式は

$-2=\mathbf{2(\cos 180°+i\sin 180°)}$

教 p. 13

【問 12】

《解答》

(1) 偏角 θ を $0° \leqq \theta < 360°$ の範囲で考えると，z_1，z_2 は極形式で

$z_1=2(\cos 90°+i\sin 90°)$，$z_2=3\sqrt{2}(\cos 45°+i\sin 45°)$

と表される。

よって　$|z_1z_2|=|z_1||z_2|=2\times 3\sqrt{2}=\mathbf{6\sqrt{2}}$

$\arg(z_1z_2)=\arg z_1+\arg z_2=90°+45°=\mathbf{135°}$

(2) 偏角 θ を $0° \leqq \theta < 360°$ の範囲で考えると，z_1，z_2 は極形式で

$z_1=2(\cos 30°+i\sin 30°)$，$z_2=2(\cos 120°+i\sin 120°)$

と表される。

よって　$|z_1z_2|=|z_1||z_2|=2\times 2=\mathbf{4}$

$\arg(z_1z_2)=\arg z_1+\arg z_2=30°+120°=\mathbf{150°}$

(3) 偏角 θ を $0° \leqq \theta < 360°$ の範囲で考えると，z_1，z_2 は極形式で

$z_1=\sqrt{2}(\cos 45°+i\sin 45°)$，$z_2=2(\cos 240°+i\sin 240°)$

と表される。

よって　$|z_1z_2|=|z_1||z_2|=\sqrt{2}\times 2=\mathbf{2\sqrt{2}}$

$\arg(z_1z_2)=\arg z_1+\arg z_2=45°+240°=\mathbf{285°}$

(4) 偏角 θ を $0° \leqq \theta < 360°$ の範囲で考えると，z_1，z_2 は極形式で

$z_1=2\sqrt{2}(\cos 135°+i\sin 135°)$，

$z_2=2(\cos 150°+i\sin 150°)$

と表される。

よって　$|z_1z_2|=|z_1||z_2|=2\sqrt{2}\times 2=\mathbf{4\sqrt{2}}$

$\arg(z_1z_2)=\arg z_1+\arg z_2=135°+150°=\mathbf{285°}$

教 p. 14

【問 13】

《解答》

(1) $z_2=\sqrt{2}(\cos 45°+i\sin 45°)$ であるから，

点 z_1z_2 は，**点 z_1 を原点のまわりに 45° だけ回転し，原点からの距離を $\sqrt{2}$ 倍した点である。**

(2) $z_2=\cos 90°+i\sin 90°$ であるから，

点 z_1z_2 は，**点 z_1 を原点のまわりに 90° だけ回転した点である。**

教 p. 15

【問 14】

《解答》

(1) $z_1(\cos 30°+i\sin 30°)=(1+\sqrt{3}i)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)=\mathbf{2i}$

(2) $z_1(\cos 60°+i\sin 60°)=(1+\sqrt{3}i)\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=\mathbf{-1+\sqrt{3}i}$

(2) $z_1(\cos 90°+i\sin 90°)=(1+\sqrt{3}i)i=\mathbf{-\sqrt{3}+i}$

教 p. 16

【問 15】

《解答》

(1) 偏角 θ を $0° \leqq \theta < 360°$ の範囲で考えると，z_1，z_2 は極形式で

$z_1=\sqrt{2}(\cos 45°+i\sin 45°)$，$z_2=2(\cos 30°+i\sin 30°)$

と表される。

よって　$\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\frac{|z_1|}{|z_2|}=\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\arg\frac{z_1}{z_2}=\arg z_1-\arg z_2=45°-30°=\mathbf{15°}$

(2) 偏角 θ を $0° \leqq \theta < 360°$ の範囲で考えると，z_1，z_2 は極形式で

$z_1=2(\cos 120°+i\sin 120°)$，$z_2=2(\cos 30°+i\sin 30°)$

と表される。

よって　$\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\frac{|z_1|}{|z_2|}=\frac{2}{2}=\mathbf{1}$

$\arg\frac{z_1}{z_2}=\arg z_1-\arg z_2=120°-30°=\mathbf{90°}$

教 p. 17

【問 16】

《解答》

(1) $z_2=2(\cos 30°+i\sin 30°)$ であるから，

点 $\frac{z_1}{z_2}$ は，**点 z_1 を原点のまわりに 30° だけ負の向きに回転し，原点からの距離を $\frac{1}{2}$ 倍した点である。**

(2) $z_2=2(\cos 300°+i\sin 300°)$ であるから，

点 $\frac{z_1}{z_2}$ は，**点 z_1 を原点のまわりに 300° だけ負の向きに回転し，原点からの距離を $\frac{1}{2}$ 倍した点である。**

教 p. 19

【問 17】

《解答》

(1) $1+\sqrt{3}i$ を極形式で表すと　$1+\sqrt{3}i=2(\cos 60°+i\sin 60°)$

よって，ド・モアブルの定理により

$$
\begin{aligned}
(1+\sqrt{3}i)^3&=2^3(\cos 60°+i\sin 60°)^3\\
&=8\{\cos(60°\times 3)+i\sin(60°\times 3)\}\\
&=8(\cos 180°+i\sin 180°)=8\times(-1)=\mathbf{-8}
\end{aligned}
$$

(2)　$\sqrt{3}+i$ を極形式で表すと　$\sqrt{3}+i=2(\cos30^\circ+i\ \sin30^\circ)$

よって，ド・モアブルの定理により

$$(\sqrt{3}+i)^{12}=2^{12}(\cos30^\circ+i\ \sin30^\circ)^{12}$$
$$=4096\{\cos(30^\circ\times12)+i\ \sin(30^\circ\times12)\}$$
$$=4096(\cos360^\circ+i\ \sin360^\circ)=4096\times1=\boldsymbol{4096}$$

(3)　$1+i$ を極形式で表すと　$1+i=\sqrt{2}(\cos45^\circ+i\ \sin45^\circ)$

よって，ド・モアブルの定理により

$$(1+i)^7=(\sqrt{2})^7(\cos45^\circ+i\ \sin45^\circ)^7$$
$$=8\sqrt{2}\{\cos(45^\circ\times7)+i\ \sin(45^\circ\times7)\}$$
$$=8\sqrt{2}(\cos315^\circ+i\ \sin315^\circ)=8\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i\right)$$
$$=\boldsymbol{8-8i}$$

(4)　$1-i$ を極形式で表すと

$1-i=\sqrt{2}\{\cos(-45^\circ)+i\ \sin(-45^\circ)\}$

よって，ド・モアブルの定理により

$$(1-i)^{-5}=(\sqrt{2})^{-5}\{\cos(-45^\circ)+i\ \sin(-45^\circ)\}^{-5}$$
$$=\frac{1}{4\sqrt{2}}[\cos\{(-45^\circ)\times(-5)\}+i\ \sin\{(-45^\circ)\times(-5)\}]$$
$$=\frac{1}{4\sqrt{2}}(\cos225^\circ+i\ \sin225^\circ)$$
$$=\frac{1}{4\sqrt{2}}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i\right)=\boldsymbol{-\frac{1}{8}-\frac{1}{8}i}$$

【問 18】

《解答》

$z^4=1$ を解く。

$z=r(\cos\theta+i\ \sin\theta)$ とおくと，ド・モアブルの定理により

$$z^4=r^4(\cos4\theta+i\ \sin4\theta)$$

1 を極形式で表すと　$1=1(\cos0^\circ+i\ \sin0^\circ)$

よって　$r^4(\cos4\theta+i\ \sin4\theta)=1(\cos0^\circ+i\ \sin0^\circ)$

両辺の絶対値と偏角を比較すると

$$r^4=1\ ,\quad 4\theta=0^\circ+360^\circ\times n$$

これを解いて　$r=1$ ，　$\theta=90^\circ\times n$

$0^\circ\leqq\theta<360^\circ$ を満たす n の値は　$n=0$ ，　1 ，　2 ，　3

$n=0$ のとき　$z=\cos0^\circ+i\ \sin0^\circ=1$

$n=1$ のとき　$z=\cos90^\circ+i\ \sin90^\circ=i$

$n=2$ のとき　$z=\cos180^\circ+i\ \sin180^\circ=-1$

$n=3$ のとき　$z=\cos270^\circ+i\ \sin270^\circ=-i$

したがって，　1 の 4 乗根は　**1 ，　i ，　-1 ，　$-i$**

次に，　$z^6=1$ を解く。

$z=r(\cos\theta+i\ \sin\theta)$ とおくと，ド・モアブルの定理により

$$z^6=r^6(\cos6\theta+i\ \sin6\theta)$$

1 を極形式で表すと　$1=1(\cos0^\circ+i\ \sin0^\circ)$

よって　$r^6(\cos6\theta+i\ \sin6\theta)=1(\cos0^\circ+i\ \sin0^\circ)$

両辺の絶対値と偏角を比較すると

$$r^6=1\ ,\quad 6\theta=0^\circ+360^\circ\times n$$

これを解いて　$r=1$ ，　$\theta=60^\circ\times n$

$0^\circ\leqq\theta<360^\circ$ を満たす n の値は $n=0$ ，　1 ，　2 ，　3 ，　4 ，　5

$n=0$ のとき　$z=\cos0^\circ+i\ \sin0^\circ=1$

$n=1$ のとき　$z=\cos60^\circ+i\ \sin60^\circ=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$n=2$ のとき　$z=\cos120^\circ+i\ \sin120^\circ=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$n=3$ のとき　$z=\cos180^\circ+i\ \sin180^\circ=-1$

$n=4$ のとき　$z=\cos240^\circ+i\ \sin240^\circ=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$n=5$ のとき　$z=\cos300^\circ+i\ \sin300^\circ=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

したがって，　1 の 6 乗根は

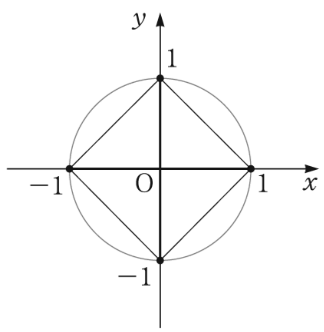
1 ，　$\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ，　$-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ，　-1 ，　$-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ，　$\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

教 p. 20

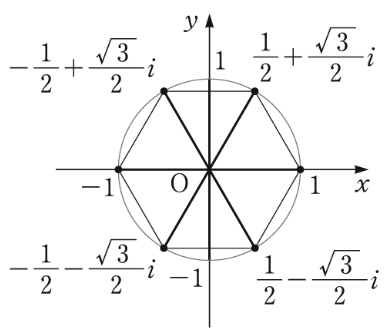
【問 19】

《解答》

1 の 4 乗根



1 の 6 乗根



教 p. 21

【問 20】

《解答》

(1)　$z=r(\cos\theta+i\ \sin\theta)$ とおくと，ド・モアブルの定理により

$$z^2=r^2(\cos2\theta+i\ \sin2\theta)$$

$-1+\sqrt{3}i$ を極形式で表すと

$$-1+\sqrt{3}i=2(\cos120^\circ+i\ \sin120^\circ)$$

よって　$r^2(\cos2\theta+i\ \sin2\theta)=2(\cos120^\circ+i\ \sin120^\circ)$

両辺の絶対値と偏角を比較すると

$$r^2=2\ ,\quad 2\theta=120^\circ+360^\circ\times n$$

これを解いて　$r=\sqrt{2}$ ，　$\theta=60^\circ+180^\circ\times n$

$0^\circ\leqq\theta<360^\circ$ を満たす n の値は　$n=0$ ，　1

$n=0$ のとき　$z=\sqrt{2}(\cos60^\circ+i\ \sin60^\circ)=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}i$

$n=1$ のとき　$z=\sqrt{2}(\cos240^\circ+i\ \sin240^\circ)=-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}i$

したがって，求める解は　**$z=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}i$ ，　$-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}i$**

(2)　$z=r(\cos\theta+i\ \sin\theta)$ とおくと，ド・モアブルの定理により

$$z^3=r^3(\cos3\theta+i\ \sin3\theta)$$

i を極形式で表すと

$$i=\cos90^\circ+i\ \sin90^\circ$$

よって　$r^3(\cos3\theta+i\ \sin3\theta)=\cos90^\circ+i\ \sin90^\circ$

両辺の絶対値と偏角を比較すると

$$r^3=1\ ,\quad 3\theta=90^\circ+360^\circ\times n$$

これを解いて　$r=1$ ，　$\theta=30^\circ+120^\circ\times n$

$0^\circ\leqq\theta<360^\circ$ を満たす n の値は　$n=0$ ，　1 ，　2

$n=0$ のとき　$z=\cos30^\circ+i\ \sin30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

$n=1$ のとき　$z=\cos150^\circ+i\ \sin150^\circ=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

$n=2$ のとき　$z=\cos270^\circ+i\ \sin270^\circ=-i$

したがって，求める解は　**$z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ，　$-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ，　$-i$**

教 p. 23

【問 21】《解答》

3 : 2 に内分する点を表す複素数は　$\frac{2\cdot(-3+4i)+3\cdot(2-i)}{3+2}=\frac{5i}{5}=\boldsymbol{i}$

3 : 2 に外分する点を表す複素数は

$$\frac{-2\cdot(-3+4i)+3\cdot(2-i)}{3-2}=\frac{12-11i}{1}=\boldsymbol{12-11i}$$

【問 22】

《解答》

⑴ $|z_2 - z_1| = |(4-i)-(2+3i)| = |2-4i|$

$= \sqrt{2^2+(-4)^2} = \mathbf{2\sqrt{5}}$

⑵ $|z_2 - z_1| = |(1+3i)-(-2-i)| = |3+4i| = \sqrt{3^2+4^2} = \mathbf{5}$

教 p. 24

【問 23】

《解答》

⑴ 直線上の任意の点を $\mathrm{P}(z)$ とすると， $\mathrm{AP} = |z-2|$ ， $\mathrm{BP} = |z-3i|$ で，

$\mathrm{AP} = \mathrm{BP}$ であるから，求める直線の方程式は

$\boldsymbol{|z-2| = |z-3i|}$

⑵ 直線上の任意の点を $\mathrm{P}(z)$ とすると， $\mathrm{AP} = |z-4|$ ， $\mathrm{BP} = |z-(-1+2i)|$ で，

$\mathrm{AP} = \mathrm{BP}$ であるから，求める直線の方程式は

$\boldsymbol{|z-4| = |z-(-1+2i)|}$

⑶ 直線上の任意の点を $\mathrm{P}(z)$ とすると，$\mathrm{OP} = |z|$ ， $\mathrm{AP} = |z-4|$ で，

$\mathrm{OP} = \mathrm{AP}$ であるから，求める直線の方程式は

$\boldsymbol{|z| = |z-4|}$

⑷ 直線上の任意の点を $\mathrm{P}(z)$ とすると， $\mathrm{AP} = |z-(2+i)|$ ， $\mathrm{BP} = |z-(2+5i)|$ で，

$\mathrm{AP} = \mathrm{BP}$ であるから，求める直線の方程式は

$\boldsymbol{|z-(2+i)| = |z-(2+5i)|}$

教 p. 25

【問 24】

《解答》

⑴ 円の中心を C ，円上の任意の点を $\mathrm{P}(z)$ とすると， $\mathrm{CP} = 3$ であるから，

求める円の方程式は

$|z-2i| = 3$

⑵ 円の中心を C ， 円上の任意の点を $\mathrm{P}(z)$ とすると， $\mathrm{CP} = \sqrt{3}$ であるから，

求める円の方程式は

$\boldsymbol{|z| = \sqrt{3}}$

【問 25】

《解答》

点 $2+3i$ と実軸の距離は 3 であるから，半径は 3 である。

円の中心を C ， 円上の任意の点を $\mathrm{P}(z)$ とすると $\mathrm{CP} = 3$

したがって，求める円の方程式は

$\boldsymbol{|z-(2+3i)| = 3}$

【問 26】

《解答》

求める円の中心を C ， 半径を r とする。

中心 C は，線分 AB の中点であるから

$$\frac{5-i+(-3+5i)}{2} = 1+2i$$

半径 r は

$$r = |(1+2i)-(5-i)| = |-4+3i| = \sqrt{(-4)^2+3^2} = 5$$

よって，求める円の方程式は

$\boldsymbol{|z-(1+2i)| = 5}$

教 p. 26

【問 27】

《解答》

⑴ $\dfrac{2+6i-(1+i)}{4+3i-(1+i)} = \dfrac{1+5i}{3+2i} = \dfrac{(1+5i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)} = 1+i$

$= \sqrt{2}(\cos 45° + i\ \sin 45°)$

よって $\angle\mathrm{ABC} = \mathbf{45°}$

⑵ $\dfrac{-1+4i-(1+i)}{6-(1+i)} = \dfrac{-2+3i}{5-i} = \dfrac{(-2+3i)(5+i)}{(5-i)(5+i)} = -\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2}(\cos 135° + i\ \sin 135°)$

よって $\angle\mathrm{ABC} = \mathbf{135°}$

教 p. 27

【問 28】

《解答》

⑴ $\dfrac{1+ki-(3+2i)}{4+i-(3+2i)} = \dfrac{-2+(k-2)i}{1-i} = \dfrac{\{-2+(k-2)i\}(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \dfrac{-k+(k-4)i}{2}$ ……①

①が実数であるとき， 3 点は一直線上にあるから

$k-4 = 0$

$\boldsymbol{k = 4}$

⑵ ①が純虚数であるとき， $\mathrm{BA} \perp \mathrm{BC}$ であるから

$-k = 0$ かつ $k-4 \neq 0$

$\boldsymbol{k = 0}$

教 p. 31

【問 1】

《解答》

⑴ $y^2 = 4\cdot 1x$ すなわち $\boldsymbol{y^2 = 4x}$

⑵ $y^2 = 4\cdot(-3)x$ すなわち $\boldsymbol{y^2 = -12x}$

【問 2】

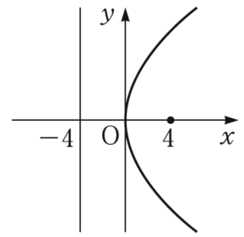
《解答》

⑴ $y^2 = 4\cdot 4x$ と変形できるから，

焦点は **点(4，0)**

準線は **直線$\boldsymbol{x = -4}$**

よって，概形は右の図のようになる。

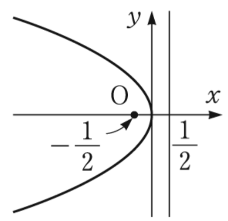


⑵ $y^2 = 4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)x$ と変形できるから，

焦点は **点$\boldsymbol{\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)}$**

準線は **直線$\boldsymbol{x = \frac{1}{2}}$**

よって，概形は右の図のようになる。



【問 3】

《解答》

⑴ $x^2 = 4\cdot 2y$ すなわち $x^2 = 8y$

⑵ $x^2 = 4\cdot(-1)y$ すなわち $x^2 = -4y$

教 p. 33

【問 4】

《解答》

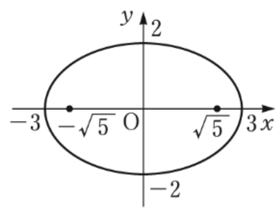
⑴ 焦点は $\sqrt{9-4} = \sqrt{5}$ より

点$\boldsymbol{(\sqrt{5},\ 0)}$ ， $\boldsymbol{(-\sqrt{5},\ 0)}$

また， 頂点は

点(3，0) ， (−3，0) ， (0，2) ， (0，−2)

よって，概形は右の図のようになる。



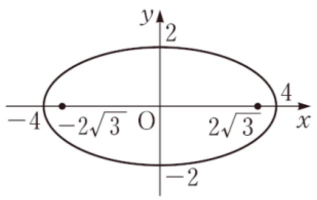
(2)　焦点は $\sqrt{16-4}=2\sqrt{3}$ より

　　点$(2\sqrt{3},\ 0)$，$(-2\sqrt{3},\ 0)$

　また，頂点は

　　点$(4,\ 0)$，$(-4,\ 0)$，$(0,\ 2)$，$(0,\ -2)$

　したがって，概形は右の図のようになる。



教 p. 34

【問 5】

《解答》

楕円の方程式は $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$　$(a>b>0)$ とおける。

焦点からの距離の和について，$2a=10$ であるから　$a=5$

焦点の座標について，$\sqrt{a^2-b^2}=3$ であるから

$$b^2=a^2-3^2=5^2-9=16$$

したがって，求める楕円の方程式は

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$$

【問 6】

《解答》

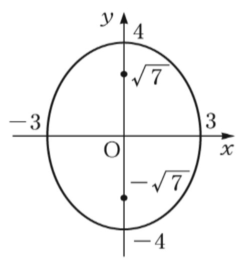
(1)　焦点は $\sqrt{16-9}=\sqrt{7}$ より

　　点$(0,\ \sqrt{7})$，$(0,\ -\sqrt{7})$

　また，頂点は

　　点$(3,\ 0)$，$(-3,\ 0)$，$(0,\ 4)$，$(0,\ -4)$

　よって，概形は右の図のようになる。



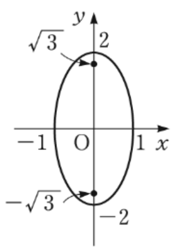
(2)　焦点は $\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$ より

　　点$(0,\ \sqrt{3})$，$(0,\ -\sqrt{3})$

　また，頂点は

　　点$(1,\ 0)$，$(-1,\ 0)$，$(0,\ 2)$，$(0,\ -2)$

　よって，概形は右の図のようになる。



教 p. 35

【問 7】

《解答》

求める楕円の方程式は $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$　$(b>a>0)$ とおける。

焦点からの距離の和について，$2b=10$ であるから　$b=5$

焦点の座標について，$\sqrt{b^2-a^2}=4$ であるから

$$a^2=b^2-4^2=5^2-16=9$$

したがって，求める楕円の方程式は　$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$

【問 8】

《解答》

(1)　円上の点を $\mathrm{Q}(s,\ t)$ とすると

$$s^2+t^2=9 \quad \cdots\cdots①$$

　点 Q が移る点を $\mathrm{P}(x,\ y)$ とすると　$x=s$，$y=2t$

　すなわち　$s=x$，$t=\frac{1}{2}y$　……②

　②を①に代入して　$x^2+\frac{1}{4}y^2=9$

　すなわち　$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{36}=1$

　したがって，求める曲線は，**楕円 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{36}=1$** である。

(2)　円上の点を $\mathrm{Q}(s,\ t)$ とすると

$$s^2+t^2=9 \quad \cdots\cdots①$$

　点 Q が移る点を $\mathrm{P}(x,\ y)$ とすると　$x=\frac{2}{3}s$，$y=t$

　すなわち　$s=\frac{3}{2}x$，$t=y$　……②

　②を①に代入して　$\frac{9}{4}x^2+y^2=9$

　すなわち　$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$

　したがって，求める曲線は，**楕円 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$** である。

教 p. 37

【問 9】

《解答》

(1)　焦点は $\sqrt{64+36}=10$ より　**点$(10,\ 0)$，$(-10,\ 0)$**

　また，頂点は　**点$(8,\ 0)$，$(-8,\ 0)$**

(2)　焦点は $\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$ より　**点$(\sqrt{2},\ 0)$，$(-\sqrt{2},\ 0)$**

　また，頂点は　**点$(1,\ 0)$，$(-1,\ 0)$**

【問 10】

《解答》

双曲線の方程式は $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$　$(a>0,\ b>0)$ とおける。

焦点からの距離の差について，$2a=4$ であるから　$a=2$

焦点の座標について，$\sqrt{a^2+b^2}=3$ であるから

$$b^2=3^2-a^2=9-2^2=5$$

したがって，求める双曲線の方程式は　$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$

教 p. 39

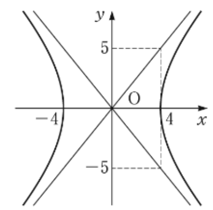
【問 11】

《解答》

(1)　頂点は　**点$(4,\ 0)$，$(-4,\ 0)$**

　漸近線は　**2 直線 $y=\frac{5}{4}x$，$y=-\frac{5}{4}x$**

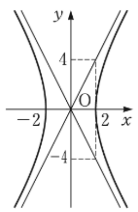
　よって，概形は右の図のようになる。



(2)　頂点は　**点$(2,\ 0)$，$(-2,\ 0)$**

　漸近線は　**2 直線$y=2x$，$y=-2x$**

　よって，概形は右の図のようになる。



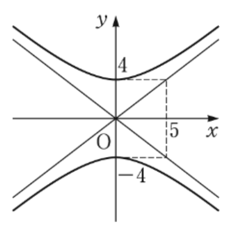
【問 12】

《解答》

(1)　頂点は　**点$(0,\ 4)$，$(0,\ -4)$**

　漸近線は　**2 直線$y=\frac{4}{5}x$，$y=-\frac{4}{5}x$**

　よって，概形は右の図のようになる。



(2)　頂点は　**点$(0,\ 2)$，$(0,\ -2)$**

　漸近線は　**2 直線$y=2x$，$y=-2x$**

　よって，概形は右の図のようになる。