数学Ⅱ休校中の課題解答①（１章１節）

① ﾉｰﾄに問題を解いた後，丸付けをしてください。
② 解説を読んで考え方を確認し，間違えた原因や分からないこと，ﾎﾟｲﾝﾄ等をメモし，授業が始まったときに活かせるようにしましょう。
☆登校日５／１２(火)にﾉｰﾄとｽﾀﾃﾞｨを提出してください。

教 p. 4

【問 1】《解答》

(1) $(x+2)^2 = x^2 + 2\cdot x\cdot 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4$

(2) $(2x-1)^2 = (2x)^2 - 2\cdot 2x\cdot 1 + 1^2 = 4x^2 - 4x + 1$

(3) $(x+3)(x-3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

(4) $(x-y)(x+4y) = x^2 + (-y+4y)x + (-y)\cdot 4y$
$= x^2 + 3xy - 4y^2$

(5) $(2x+3y)(5x-4y)$
$= (2\cdot 5)x^2 + \{2\cdot(-4y) + 3y\cdot 5\}x + 3y\cdot(-4y)$
$= 10x^2 + 7xy - 12y^2$

教 p. 5

【問 2】《解答》

(1) $x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2\cdot x\cdot 5 + 5^2 = (x+5)^2$

(2) $4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x)^2 - 2\cdot 2x\cdot 3y + (3y)^2$
$= (2x-3y)^2$

(3) $9x^2 - 16y^2 = (3x)^2 - (4y)^2 = (3x+4y)(3x-4y)$

(4) $x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$

(5) $2x^2 + x - 10 = (x-2)(2x+5)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \diagdown\!\!\!\diagup & -2 & \longrightarrow & -4 \\ 2 & & 5 & \longrightarrow & 5 \\ \hline & & & & 1 \end{array}$$

(6) $6x^2 - xy - 2y^2$
$= (2x+y)(3x-2y)$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \diagdown\!\!\!\diagup & y & \longrightarrow & 3y \\ 3 & & -2y & \longrightarrow & -4y \\ \hline & & & & -y \end{array}$$

【問 3】《解答》

(1) $(x+1)(x^2-x+1) = (x+1)(x^2 - x\cdot 1 + 1^2)$
$= x^3 + 1^3 = x^3 + 1$

(2) $(x-2)(x^2+2x+4) = (x-2)(x^2 + x\cdot 2 + 2^2)$
$= x^3 - 2^3 = x^3 - 8$

(3) $(2x+1)(4x^2-2x+1) = (2x+1)\{(2x)^2 - 2x\cdot 1 + 1^2\}$
$= (2x)^3 + 1^3 = 8x^3 + 1$

(4) $(3x-4)(9x^2+12x+16) = (3x-4)\{(3x)^2 + 3x\cdot 4 + 4^2\}$
$= (3x)^3 - 4^3 = 27x^3 - 64$

教 p.6

【問 4】《解答》

(1) $(x+2)^3 = x^3 + 3\cdot x^2\cdot 2 + 3\cdot x\cdot 2^2 + 2^3$
$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

(2) $(3x-1)^3 = (3x)^3 - 3\cdot(3x)^2\cdot 1 + 3\cdot 3x\cdot 1^2 - 1^3$
$= 27x^3 - 27x^2 + 9x - 1$

(3) $(2x+y)^3 = (2x)^3 + 3\cdot(2x)^2\cdot y + 3\cdot 2x\cdot y^2 + y^3$
$= 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$

【問 5】《解答》

(1) $x^3 + 8 = x^3 + 2^3 = (x+2)(x^2 - x\cdot 2 + 2^2)$
$= (x+2)(x^2 - 2x + 4)$

(2) $x^3 - 1 = x^3 - 1^3 = (x-1)(x^2 + x\cdot 1 + 1^2)$
$= (x-1)(x^2 + x + 1)$

(3) $27x^3 + y^3 = (3x)^3 + y^3 = (3x+y)\{(3x)^2 - 3x\cdot y + y^2\}$
$= (3x+y)(9x^2 - 3xy + y^2)$

教 p. 7

【問 6】《解答》

(1) $(a+b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3$
$+15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$

(2) $(a+b)^7 = a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4$
$+21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7$

教 p. 9

【問 7】《解答》

(1) $(x+1)^5$
$= {}_5\mathrm{C}_0x^5 + {}_5\mathrm{C}_1x^4\cdot 1 + {}_5\mathrm{C}_2x^3\cdot 1^2$
$+{}_5\mathrm{C}_3x^2\cdot 1^3 + {}_5\mathrm{C}_4x\cdot 1^4 + {}_5\mathrm{C}_5\cdot 1^5$
$= 1\cdot x^5 + 5\cdot x^4\cdot 1 + 10\cdot x^3\cdot 1 + 10\cdot x^2\cdot 1 + 5\cdot x\cdot 1 + 1\cdot 1$
$= x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$

(2) $(x-2)^5 = \{x+(-2)\}^5$
$= {}_5\mathrm{C}_0x^5 + {}_5\mathrm{C}_1x^4\cdot(-2) + {}_5\mathrm{C}_2x^3\cdot(-2)^2 + {}_5\mathrm{C}_3x^2\cdot(-2)^3$
$+{}_5\mathrm{C}_4x\cdot(-2)^4 + {}_5\mathrm{C}_5\cdot(-2)^5$
$= 1\cdot x^5 + 5\cdot x^4\cdot(-2) + 10\cdot x^3\cdot 4 + 10\cdot x^2\cdot(-8)$
$+5\cdot x\cdot 16 + 1\cdot(-32)$
$= x^5 - 10x^4 + 40x^3 - 80x^2 + 80x - 32$

(3) $(2a+b)^4$
$= {}_4\mathrm{C}_0(2a)^4 + {}_4\mathrm{C}_1(2a)^3b + {}_4\mathrm{C}_2(2a)^2b^2 + {}_4\mathrm{C}_3(2a)b^3 + {}_4\mathrm{C}_4b^4$
$= 1\cdot 16a^4 + 4\cdot 8a^3\cdot b + 6\cdot 4a^2\cdot b^2 + 4\cdot 2a\cdot b^3 + 1\cdot b^4$
$= 16a^4 + 32a^3b + 24a^2b^2 + 8ab^3 + b^4$

【問 8】《解答》

(1) $(2a+b)^5$ の展開式の一般項は
${}_5\mathrm{C}_r(2a)^{5-r}b^r = {}_5\mathrm{C}_r2^{5-r}a^{5-r}\times b^r = {}_5\mathrm{C}_r\times 2^{5-r}\times a^{5-r}b^r$
ここで，$a^{5-r}b^r$ が a^2b^3 となるのは，$r=3$ のときである。
よって，a^2b^3 の係数は，$r=3$ を ${}_5\mathrm{C}_r\times 2^{5-r}$ に代入して
${}_5\mathrm{C}_3\times 2^2 = 10\times 4 = 40$

(2) $(a-2b)^4$ の展開式の一般項は
${}_4\mathrm{C}_ra^{4-r}(-2b)^r = {}_4\mathrm{C}_ra^{4-r}\times(-2)^rb^r = {}_4\mathrm{C}_r\times(-2)^r\times a^{4-r}b^r$
ここで，$a^{4-r}b^r$ が ab^3 となるのは，$r=3$ のときである。
よって，ab^3 の係数は，$r=3$ を ${}_4\mathrm{C}_r\times(-2)^r$ に代入して
${}_4\mathrm{C}_3\times(-2)^3 = 4\times(-8) = -32$

教 p. 10

【問 9】《解答》

(1)

$$\begin{array}{r|l} & x\ +4 \\ \hline x+2\ ) & x^2+6x+9 \\ & x^2+2x \\ \hline & \quad 4x+9 \\ & \quad 4x+8 \\ \hline & \qquad\ 1 \end{array}$$

商 $x+4$，余り 1

(2)

$$\begin{array}{r|l} & x\ \ -1 \\ \hline 2x-1\ ) & 2x^2-3x-1 \\ & 2x^2-\ x \\ \hline & \quad -2x-1 \\ & \quad -2x+1 \\ \hline & \qquad\ -2 \end{array}$$

商 $x-1$，余り -2

数学Ⅱ休校中の課題解答②（１章１節～２節）

(3)

$$
\begin{array}{rl}
 & x^2+x-2\\
x+1\,\big) & x^3+2x^2-x-2\\
 & x^3+x^2\\ \hline
 & x^2-x\\
 & x^2+x\\ \hline
 & -2x-2\\
 & -2x-2\\ \hline
 & 0
\end{array}
$$

商 x^2+x-2 ， 余り 0

教 p. 11

【問 10】《解答》

(1)

$$
\begin{array}{rl}
 & 2x-2\\
x^2+x-1\,\big) & 2x^3\qquad +3x+5\\
 & 2x^3+2x^2-2x\\ \hline
 & -2x^2+5x+5\\
 & -2x^2-2x+2\\ \hline
 & 7x+3
\end{array}
$$

商 $2x-2$ ， 余り $7x+3$

(2)

$$
\begin{array}{rl}
 & 3x+1\\
x^2-2x-1\,\big) & 3x^3-5x^2\qquad +2\\
 & 3x^3-6x^2-3x\\ \hline
 & x^2+3x+2\\
 & x^2-2x-1\\ \hline
 & 5x+3
\end{array}
$$

商 $3x+1$ ， 余り $5x+3$

教 p. 12

【問 11】《解答》

(1) $\frac{2a^2xy}{14axy^2}=\frac{2axy\times a}{2axy\times 7y}=\frac{a}{7y}$

(2) $\frac{x^2-1}{2(x+1)}=\frac{(x+1)(x-1)}{2(x+1)}=\frac{x-1}{2}$

(3) $\frac{2x^2-7x+3}{x^2-3x}=\frac{(x-3)(2x-1)}{x(x-3)}=\frac{2x-1}{x}$

(4) $\frac{x^3+27}{x^2-9}=\frac{(x+3)(x^2-3x+9)}{(x+3)(x-3)}=\frac{x^2-3x+9}{x-3}$

教 p. 13

【問 12】《解答》

(1) $\frac{5y}{12x}\times\frac{3x^2}{y^2}=\frac{5y\times 3x^2}{12x\times y^2}=\frac{15x^2y}{12xy^2}=\frac{3xy\times 5x}{3xy\times 4y}=\frac{5x}{4y}$

(2) $\frac{x^2-5x+6}{x+3}\times\frac{x^2+3x}{x^2-6x+9}=\frac{(x-2)(x-3)\times x(x+3)}{(x+3)\times(x-3)^2}=\frac{x(x-2)}{x-3}$

(3) $\frac{9ax}{8y^2}\div\frac{x^2}{12ay}=\frac{9ax}{8y^2}\times\frac{12ay}{x^2}=\frac{108a^2xy}{8x^2y^2}=\frac{4xy\times 27a^2}{4xy\times 2xy}=\frac{27a^2}{2xy}$

(4) $\frac{x^2+x-12}{2x^2+5x+2}\div\frac{x^2+5x+4}{x^2-x-6}=\frac{x^2+x-12}{2x^2+5x+2}\times\frac{x^2-x-6}{x^2+5x+4}$

$=\frac{(x-3)(x+4)\times(x-3)(x+2)}{(x+2)(2x+1)\times(x+1)(x+4)}=\frac{(x-3)^2}{(2x+1)(x+1)}$

【問 13】《解答》

(1) $\frac{2x}{x+1}+\frac{3}{x+1}=\frac{2x+3}{x+1}$

(2) $\frac{x}{x^2-1}-\frac{1}{x^2-1}=\frac{x-1}{x^2-1}=\frac{x-1}{(x+1)(x-1)}=\frac{1}{x+1}$

教 p. 14

【問 14】《解答》

(1) $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-2}=\frac{x-2}{(x+1)(x-2)}+\frac{x+1}{(x+1)(x-2)}=\frac{(x-2)+(x+1)}{(x+1)(x-2)}=\frac{2x-1}{(x+1)(x-2)}$

(2) $\frac{1}{x-1}+\frac{x-2}{x(x-1)}=\frac{x}{x(x-1)}+\frac{x-2}{x(x-1)}=\frac{x+(x-2)}{x(x-1)}=\frac{2x-2}{x(x-1)}=\frac{2(x-1)}{x(x-1)}=\frac{2}{x}$

(3) $\frac{2}{x+1}-\frac{x}{(x+1)(2x-1)}=\frac{2(2x-1)}{(x+1)(2x-1)}-\frac{x}{(x+1)(2x-1)}$

$=\frac{2(2x-1)-x}{(x+1)(2x-1)}=\frac{3x-2}{(x+1)(2x-1)}$

(4) $\frac{x}{x^2-4}-\frac{1}{x^2-2x}=\frac{x}{(x+2)(x-2)}-\frac{1}{x(x-2)}=\frac{x^2}{x(x+2)(x-2)}-\frac{x+2}{x(x+2)(x-2)}$

$=\frac{x^2-(x+2)}{x(x+2)(x-2)}=\frac{x^2-x-2}{x(x+2)(x-2)}=\frac{(x+1)(x-2)}{x(x+2)(x-2)}=\frac{x+1}{x(x+2)}$

教 p. 16

【問 1】《解答》

①，②

教 p. 17

【問 2】《解答》

(1) 左辺を x について整理すると

$a(x^2-2x+1)+b(x-1)+c=x^2-3x-2$

$ax^2+(-2a+b)x+a-b+c=x^2-3x-2$

両辺の同じ次数の項の係数はそれぞれ等しいから

$$\begin{cases} a=1\\ -2a+b=-3\\ a-b+c=-2\end{cases}$$

これを解いて　$a=1$ ， $b=-1$ ， $c=-4$

(2) 左辺を x について整理すると

$a(x^2+4x+4)-b(x+2)-4=2x^2+5x+c$

$ax^2+(4a-b)x+4a-2b-4=2x^2+5x+c$

両辺の同じ次数の項の係数はそれぞれ等しいから

$$\begin{cases} a=2\\ 4a-b=5\\ 4a-2b-4=c\end{cases}$$

これを解いて　$a=2$ ， $b=3$ ， $c=-2$

教 p. 18

【問 3】《解答》

(1) (左辺) $=2a^2+2b^2$

(右辺) $=(a^2+2ab+b^2)+(a^2-2ab+b^2)=2a^2+2b^2$

よって　$2(a^2+b^2)=(a+b)^2+(a-b)^2$

(2) (左辺) $=a^2b^2+a^2+b^2+1$

(右辺) $=(a^2b^2-2ab+1)+(a^2+2ab+b^2)$

$=a^2b^2+a^2+b^2+1$

よって　$(a^2+1)(b^2+1)=(ab-1)^2+(a+b)^2$

教 p. 19

【問 4】《解答》

$a-b=1$ より， $b=a-1$ であるから

(左辺) $=a^2-(a-1)=a^2-a+1$

(右辺) $=(a-1)^2+a=(a^2-2a+1)+a=a^2-a+1$

よって　$a^2-b=b^2+a$

数学Ⅱ休校中の課題解答③（１章２節）

【問 5】《解答》

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$ とおくと， $a=bk$ ， $c=dk$ であるから

$(\text{左辺})=\frac{bk+2dk}{b+2d}=\frac{k(b+2d)}{b+2d}=k$

$(\text{右辺})=\frac{bk-2dk}{b-2d}=\frac{k(b-2d)}{b-2d}=k$

よって　$\frac{a+2c}{b+2d}=\frac{a-2c}{b-2d}$

教 p. 20

【問 6】《解答》

$(\text{左辺})-(\text{右辺})=(5a-2b)-(2a+b)=5a-2b-2a-b$
$=3a-3b=3(a-b)$

$a>b$ であるから　$a-b>0$

すなわち　$3(a-b)>0$

よって　$(5a-2b)-(2a+b)>0$

したがって　$5a-2b>2a+b$

教 p. 21

【問 7】《解答》

⑴　$(\text{左辺})-(\text{右辺})=(a+2b)^2-8ab$
$=(a^2+4ab+4b^2)-8ab$
$=a^2-4ab+4b^2=(a-2b)^2$

$(a-2b)^2\geqq 0$ であるから　$(a+2b)^2-8ab\geqq 0$

よって　$(a+2b)^2\geqq 8ab$

等号が成り立つのは $a-2b=0$，すなわち $a=2b$ のときである。

⑵　$(\text{左辺})-(\text{右辺})=2(a^2+b^2)-(a+b)^2$
$=(2a^2+2b^2)-(a^2+2ab+b^2)$
$=a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

$(a-b)^2\geqq 0$ であるから　$2(a^2+b^2)-(a+b)^2\geqq 0$

よって　$2(a^2+b^2)\geqq (a+b)^2$

等号が成り立つのは $a-b=0$，すなわち $a=b$ のときである。

【問 8】《解答》

⑴　$(\text{左辺})-(\text{右辺})=a^2+5-4a=a^2-4a+5=(a-2)^2+1$

$(a-2)^2\geqq 0$ であるから　$(a-2)^2+1>0$

よって　$a^2+5-4a>0$

したがって　$a^2+5>4a$

⑵　$(\text{左辺})-(\text{右辺})=a^2-2a+6=(a-1)^2+5$

$(a-1)^2\geqq 0$ であるから　$(a-1)^2+5>0$

よって　$a^2-2a+6>0$

したがって　$a^2-2a>-6$

教 p. 22

【問 9】《解答》

⑴　$(\text{左辺})-(\text{右辺})=a^2+5b^2-4ab=a^2-4ab+4b^2+b^2$
$=(a-2b)^2+b^2$

$(a-2b)^2\geqq 0$ ， $b^2\geqq 0$ であるから　$(a-2b)^2+b^2\geqq 0$

よって　$a^2+5b^2-4ab\geqq 0$

したがって　$a^2+5b^2\geqq 4ab$

等号が成り立つのは， $a-2b=0$ かつ $b=0$ ，すなわち $a=b=0$ のときである。

⑵　$(\text{左辺})-(\text{右辺})=a^2+3b^2+2ab$
$=a^2+2ab+b^2+2b^2=(a+b)^2+2b^2$

$(a+b)^2\geqq 0$， $b^2\geqq 0$であるから　$(a+b)^2+2b^2\geqq 0$

よって　$a^2+3b^2+2ab\geqq 0$

したがって　$a^2+3b^2\geqq -2ab$

等号が成り立つのは， $a+b=0$ かつ $b=0$ ，すなわち $a=b=0$ のときである。

教 p. 23

【問 10】《解答》

$(2\sqrt{a}+\sqrt{b})^2-(\sqrt{4a+b})^2=(4a+4\sqrt{ab}+b)-(4a+b)=4\sqrt{ab}$

$a>0$ ， $b>0$ から　$4\sqrt{ab}>0$

よって　$(2\sqrt{a}+\sqrt{b})^2-(\sqrt{4a+b})^2>0$

したがって　$(2\sqrt{a}+\sqrt{b})^2>(\sqrt{4a+b})^2$

ここで， $2\sqrt{a}+\sqrt{b}>0$ ， $\sqrt{4a+b}>0$ であるから

$2\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{4a+b}$

教 p. 24

【問 11】《解答》

⑴　相加平均　$\frac{2+8}{2}=5$

相乗平均　$\sqrt{2\times 8}=4$

⑵　相加平均　$\frac{6+6}{2}=6$

相乗平均　$\sqrt{6\times 6}=6$

⑶　相加平均　$\frac{3+12}{2}=\frac{15}{2}$

相乗平均　$\sqrt{3\times 12}=6$

教 p. 25

【問 12】《解答》

⑴　$a>0$ から　$\frac{9}{a}>0$

よって，相加平均と相乗平均の大小関係により

$a+\frac{9}{a}\geqq 2\sqrt{a\cdot\frac{9}{a}}=6$

したがって　$a+\frac{9}{a}\geqq 6$

等号が成り立つのは， $a=\frac{9}{a}$，すなわち $a^2=9$ の場合であるが， $a>0$ であるから， $a=3$ のときである。

⑵　$a>0$ ， $b>0$ から　$\frac{a}{b}>0$ ， $\frac{b}{a}>0$

よって，相加平均と相乗平均の大小関係により

$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqq 2\sqrt{\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}}=2$

したがって　$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqq 2$

等号が成り立つのは， $\frac{a}{b}=\frac{b}{a}$， すなわち $a^2=b^2$ の場合であるが， $a>0$ ， $b>0$ であるから， $a=b$ のときである。